EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

***Varianta …*.003**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale şi protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(3, 2)$ la punctul $B(-2, 3)$.

(4p) **b)** Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(2+3i)(4-i) = a+bi$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime $\sqrt{12}$.

(4p) **d)** Să se determine conjugatul numărului complex $12-7i$.

(2p) **e)** Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3, 2)$ şi $B(-2, 3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x + ay + b = 0$.

(2p) **f)** Dacă în triunghiul ABC, $AB = 8$, $AC = 6$ şi $m\left(\widehat{BAC}\right) = 90^\circ$, să se calculeze BC.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 10 & -2 \\ 20 & -3 \end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ să verifice relația $2^n \geq 9$.

(3p) **c)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $16^x - 2 = 0$.

(3p) **d)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive ,ecuația $\log_6 x = 3$.

(3p) **e)** Să se determine câtul şi restul împărțirii polinomului $f = X^4 - 2X^2 + 1$ la polinomul $g = X^2 + 1$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R}^* \to \mathbf{R}$, $f(x) = 10 + \dfrac{1}{x^{10}}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{f\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n^5}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 4 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 4 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi funcția

$f:\left(\frac{1}{2},\infty\right)\to\left(\frac{1}{2},\infty\right)$, $f(x)=\frac{3x-1}{4x-1}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $A+I_2=B$.

(4p) **b)** Să se arate că $A^2=O_2$.

(4p) **c)** Să se calculeze matricea B^2.

(2p) **d)** Să se arate că, dacă $x>\frac{1}{2}$, atunci $\frac{3x-1}{4x-1}>\frac{1}{2}$.

(2p) **e)** Să se calculeze $(f\circ f)(x)$, $x\in\left(\frac{1}{2},\infty\right)$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $B^n=I_2+nA$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se arate că $\underbrace{(f\circ f\circ\ldots\circ f)}_{de\ n\ ori\ f}(x)=\frac{(2n+1)x-n}{4nx+1-2n}$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$, $\forall x>\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x+1)(x+2)(x+3)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se verifice că $f(x)=x^3+6x^2+11x+6$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f'(x)=0$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f are un punct de maxim local şi un punct de minim local .

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **f)** Să se verifice identitatea $f'(x)=\frac{1}{2}\left((f'(x))^2+f'(x)+1\right)-\frac{1}{2}\left((f'(x))^2-f'(x)+1\right)$,

$\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se arate că există funcțiile $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, strict crescătoare pe $\mathbf{R}$,

astfel încât să avem egalitatea $f(x)=g(x)-h(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.